

**Câu I.**

1. Tần số của nhóm  $[150;155)$  là 14.

Tần số tương đối của nhóm  $[150;155)$  là  $f = \frac{14}{50} \cdot 100\% = 28\%$ .

2. Số các kết quả có thể xảy ra là 6.

Các kết quả thuận lợi cho biến cố A là  $\{2,4,6\}$ .

Suy ra có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố A.

Xác suất của biến cố A là  $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ .

**Câu II.**

1. Thay  $x = 25$  (TMDK) vào biểu thức A, ta được:  $A = \frac{\sqrt{25}-4}{\sqrt{25}} = \frac{5-4}{5} = \frac{1}{5}$ .

2. Ta có:

$$B = \frac{4}{\sqrt{x}-3} + \frac{x-7\sqrt{x}-12}{x-9}$$

$$B = \frac{4(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} + \frac{x-7\sqrt{x}-12}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$$

$$B = \frac{x-3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$$

3. Ta có:

$$P = A \cdot B = \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}+3} = 1 - \frac{7}{\sqrt{x}+3}$$

$$\text{Ta có: } \sqrt{x}+3 \geq 3 \forall x > 0; x \neq 9 \Rightarrow -\frac{7}{\sqrt{x}+3} \geq -\frac{7}{3} \Rightarrow 1 - \frac{7}{\sqrt{x}+3} \geq 1 - \frac{7}{3} = \frac{-4}{3}$$

$$\text{Suy ra } P \geq \frac{-4}{3} \quad (1)$$

$$\text{Suy ra } P < 1 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra  $\frac{-4}{3} \leq P < 1$ . Mà  $P \in \mathbb{Z} \Rightarrow P \in \{0; -1\}$ .

$$\text{Xét } P = 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{x} - 4}{\sqrt{x} + 3} = 0 \Rightarrow x = 16 \text{ (TM)}.$$

$$\text{Xét } P = -1 \Rightarrow \frac{\sqrt{x} - 4}{\sqrt{x} + 3} = -1 \Rightarrow x = \frac{1}{4} \text{ (TM)}.$$

Vậy  $x \in \left\{16; \frac{1}{4}\right\}$  thì  $P$  có giá trị nguyên.

### Câu III.

1. Gọi số chiếc áo mỗi ngày tổ sản xuất phải may theo kế hoạch là  $x$  ( $x \in \mathbb{N}^*$ ) (chiếc).

Số áo tổ sản xuất may được trong 3 ngày đầu là:  $3x$  (chiếc).

Do trong 7 ngày tiếp theo, mỗi ngày tổ may được nhiều hơn 5 chiếc so với kế hoạch, nên số áo may được mỗi ngày trong giai đoạn này là  $x + 5$  (chiếc).

Số áo tổ sản xuất may được trong 7 ngày tiếp theo là  $7(x + 5)$  (chiếc).

Vì sau 10 ngày tổ may được tổng cộng 335 chiếc áo nên ta có phương trình là:

$$3x + 7(x + 5) = 335$$

$$10x + 5 = 335 - 35$$

$$10x = 300$$

$$x = 10 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}.$$

Vậy theo kế hoạch mỗi ngày tổ sản xuất phải may 30 chiếc áo.

2.

#### Cách 1. Lập phương trình

Gọi số hoa hồng người đó mua là  $x$  ( $0 < x < 25, x \in \mathbb{N}$ ), (bông).

Số hoa cúc người đó mua là:  $25 - x$  (bông).

Vì giá tiền mỗi bông hoa hồng là 8 nghìn đồng, hoa cúc là 6 nghìn đồng, số tiền mua hoa là 180 nghìn đồng, nên ta có:

$$8x + 6(25 - x) = 180$$

$$8x + 150 - 6x = 180$$

$$2x = 30$$

$$x = 15 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}.$$

Vậy người đó mua 15 bông hoa hồng. Số hoa cúc người đó mua là  $25 - 15 = 10$  bông.

## Cách 2. Lập hệ phương trình

Gọi số hoa hồng người đó đã mua là  $x$  (bông) và số hoa cúc đã mua là  $y$  (bông), điều kiện  $x, y \in \mathbb{N}^*$  và  $x, y < 25$ .

Vì tổng số hoa người đó mua là 25 bông nên ta có phương trình:  $x + y = 25$  (1).

Giá tiền một bông hoa hồng là 8 nghìn đồng, một bông hoa cúc là 6 nghìn đồng.

Tổng số tiền người đó mua là 180 nghìn đồng nên ta có phương trình:

$$8x + 6y = 180 \text{ (2)}.$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + y = 25 \\ 8x + 6y = 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 6y = 150 \\ 8x + 6y = 180 \end{cases}$$

Trừ vế theo vế của hai phương trình ta được:  $2x = 30 \Leftrightarrow x = 15$ .

Thay  $x = 15$  vào (1) ta được:  $15 + y = 25 \Leftrightarrow y = 10$ .

Cả hai giá trị  $x = 15, y = 10$  đều thỏa mãn điều kiện bài toán.

Vậy người đó đã mua 15 bông hoa hồng và 10 bông hoa cúc.

3.

Xét phương trình  $x^2 - 3x + 1 = 0$ .

Ta có biệt thức  $\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 9 - 4 = 5 > 0$ .

Do  $\Delta > 0$  nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$ .

Áp dụng định lý Vi - ét ta có:  $x_1 + x_2 = 3; x_1 x_2 = 1$ .

Theo bài ra ta có:

$$Q = \frac{3x_2 - 1}{x_1} + \frac{3x_1}{x_2} - x_1$$

$$Q = \frac{3x_2}{x_1} + \frac{3x_1}{x_2} - \frac{1}{x_1} - x_1$$

$$Q = \frac{3x_1^2 + 3x_2^2}{x_1 x_2} - x_2 - x_1 \text{ (do } x_1 x_2 = 1)$$

$$Q = \frac{3(x_1^2 + x_2^2)}{x_1 x_2} - (x_1 + x_2)$$

$$Q = \frac{3[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2]}{x_1 x_2} - (x_1 + x_2)$$

$$Q = \frac{3(3^2 - 2 \cdot 1)}{1} - 3$$

$$Q = 3 \cdot (9 - 2) - 3$$

$$Q = 3 \cdot 7 - 3$$

$$Q = 21 - 3$$

$$Q = 18$$

Vậy  $Q = 18$ .

**Câu IV.**

1.

a. Diện tích xung quanh xô đựng nước là:  $S_{xq} = 2 \cdot 3,14 \cdot 12 \cdot 25 = 1884 \text{ cm}^2$ .

Vậy diện tích xung quanh của xô nước là  $1884 \text{ cm}^2$ .

b. Thể tích của xô nước là:  $V = \pi r^2 h = 3,14 \cdot 12^2 \cdot 25 = 3,14 \cdot 144 \cdot 25 = 11304 \text{ cm}^3$ .

Mỗi lần chỉ mức được 80% thể tích của xô nên lượng nước mức được mỗi lần là:

$$11304 \cdot 80\% = 11304 \cdot 0,8 = 9043,2 \text{ cm}^3.$$

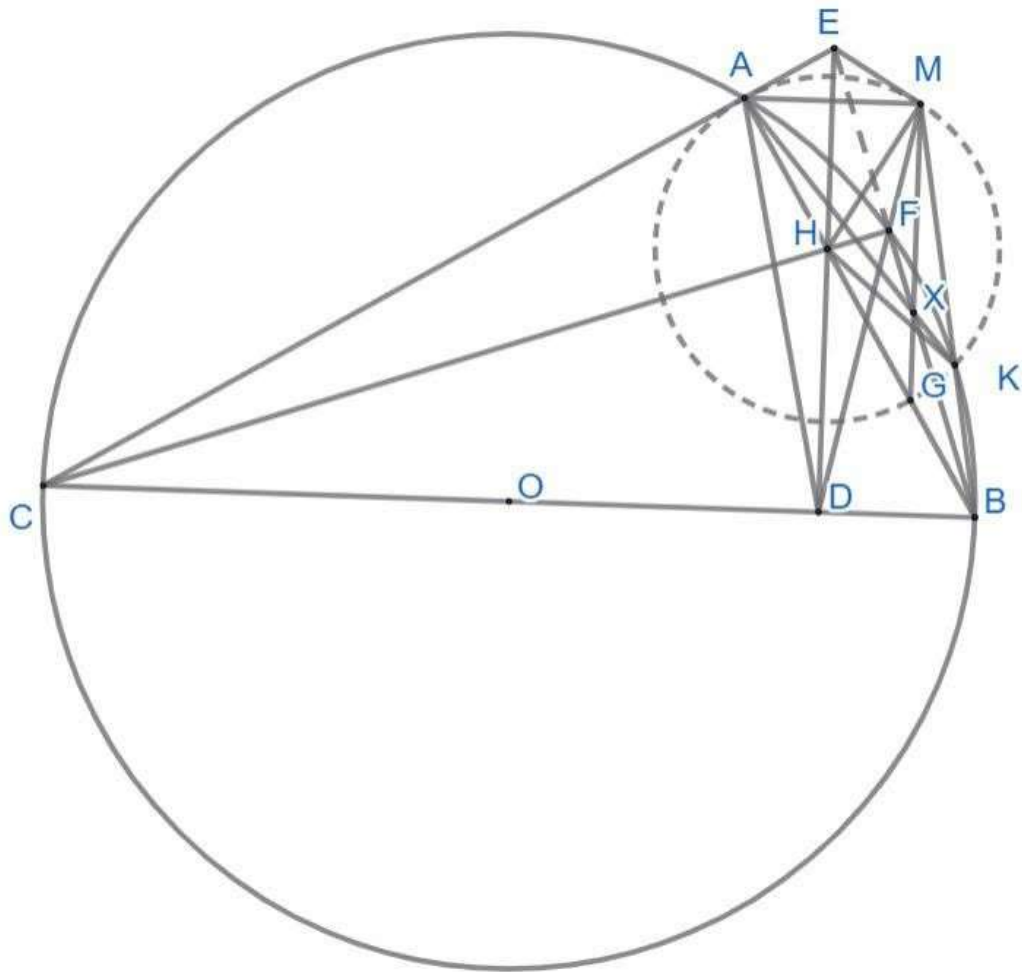
Ta có:  $150 \text{ lít} = 150000 \text{ cm}^3$

Số lần mức nước cần thiết là:  $150000 : 9043,2 \approx 16,59$ .

Vì phải mức đủ nước để đầy bể nên cần mức 17 lần.

Vậy cần ít nhất 17 xô nước để đổ đầy bể.

2.



- a. Bốn điểm  $A, H, D, C$  cùng nằm trên đường tròn đường kính  $HC$ .
- b. Do tứ giác  $AHDC$  nội tiếp nên  $\widehat{ACD} = 180^\circ - \widehat{AHD} = \widehat{EHA}$ , suy ra  $\triangle AHE \sim \triangle ACB$  (g.g), do đó  $AE \cdot BC = EH \cdot AB$ .

Do  $F$  nằm trên  $(O)$  nên  $CF \perp BF$ , mà  $H$  là trực tâm tam giác  $EBC$  nên  $CH \perp BE$ , suy ra  $B, E, F$  thẳng hàng.

Do các tứ giác  $FHDB$  và  $AHDC$  nội tiếp nên  $\widehat{FDH} = \widehat{FBA} = \widehat{FCA} = \widehat{HDA}$ , suy ra đường cao  $DT$  đồng thời là phân giác, do đó  $DE$  là trung trực của  $AM$ .

Suy ra  $HM = HA$  và  $EM = EA$ .

Do đó:  $\triangle EMH = \triangle EAH$  (c.c.c) nên  $\widehat{EMH} = \widehat{EAH} = 90^\circ$ .

- c. Qua  $M$  kẻ đường thẳng song song với  $ED$ , cắt  $AB$  tại  $G$

$\widehat{AMG} = 90^\circ$  nên  $HA = HM = HG$

Chúng minh được  $\widehat{MKA} = \widehat{ACB}$  (tứ giác  $BKAC$  nội tiếp);  $\widehat{ACB} = \widehat{EAM}$  (đồng vị do  $AM // BC$ );  $\widehat{EAM} = \widehat{EHA}$ ;  $\widehat{EHA} = \widehat{MGA}$  (đồng vị)

Gọi  $X$  là giao điểm của  $MG$  và  $AK$

$C/m \triangle MKX \sim \triangle AGX$  (g.g);  $\triangle XKG \sim \triangle XMA$  (c.g.c)

Suy ra  $\widehat{XKG} = \widehat{XMA} = 90^\circ$

Suy ra  $\widehat{AKG} = 90^\circ$  mà  $HA = HG$  suy ra  $HK = HA = HM$

### Câu V.

Gọi số công nhân công ty cần điều động là:  $x$  (công nhân,  $x \in \mathbb{N}^*$ ).

Số ngày công ty thuê kho xưởng là:  $y$  (ngày,  $y \in \mathbb{N}^*$ ).

Vì mỗi ngày 1 công nhân làm được 5 sản phẩm nên để hoàn thành 1000 sản phẩm, ta

có phương trình:  $5xy = 1000$  hay  $y = \frac{200}{x}(1)$ .

Vì sau khi hoàn thành sản phẩm mỗi công nhân được thưởng 1 triệu đồng nên tổng số tiền thưởng công nhân là:  $1 \cdot x = x$  (triệu đồng).

Vì chi phí thuê kho xưởng tính theo ngày với giá 3 triệu đồng một ngày nên chi phí thuê kho xưởng trong  $y$  ngày là:  $3y$  (triệu đồng).

Khi đó, tổng chi phí thuê kho xưởng và thưởng công nhân là:  $S = x + 3y$ .

Thay  $y = \frac{200}{x}$  vào biểu thức, ta được:  $S = x + \frac{600}{x}$ .

Xét hiệu:  $S - 49 = x + \frac{600}{x} - 49 = \frac{x^2 - 49x + 600}{x} = \frac{(x-24)(x-25)}{x}$ .

Nếu  $1 \leq x < 24$  thì  $\begin{cases} x-24 < 0 \\ x-25 < 0 \end{cases}$  suy ra  $S - 49 > 0$  hay  $S > 49$ .

Nếu  $x = 24$  thì  $x - 24 = 0$ , suy ra  $S - 49 = 0$  hay  $S = 49$ .

Nếu  $x = 25$  thì  $x - 25 = 0$ , suy ra  $S - 49 = 0$  hay  $S = 49$ .

Nếu  $x > 25$  thì  $\begin{cases} x-24 > 0 \\ x-25 > 0 \end{cases}$  suy ra  $S - 49 > 0$  hay  $S > 49$ .

Do đó,  $S$  đạt giá trị nhỏ nhất bằng 49 khi  $x = 24$  (TMĐK) hoặc  $x = 25$  (TMĐK).

Thay  $x = 24$  vào (1) ta được:  $y = \frac{200}{24} = \frac{25}{3}$  (KTMĐK).

Nếu  $x = 25$  thì  $y = \frac{200}{25} = 8$  (TMĐK).

Vậy công ty cần điều động 25 công nhân và thuê kho xưởng trong 8 ngày để tổng chi phí nhỏ nhất là 49 triệu đồng.

- HẾT -